

1. The average self information, or the entropy $H(X)$ of a random variable X is defined by

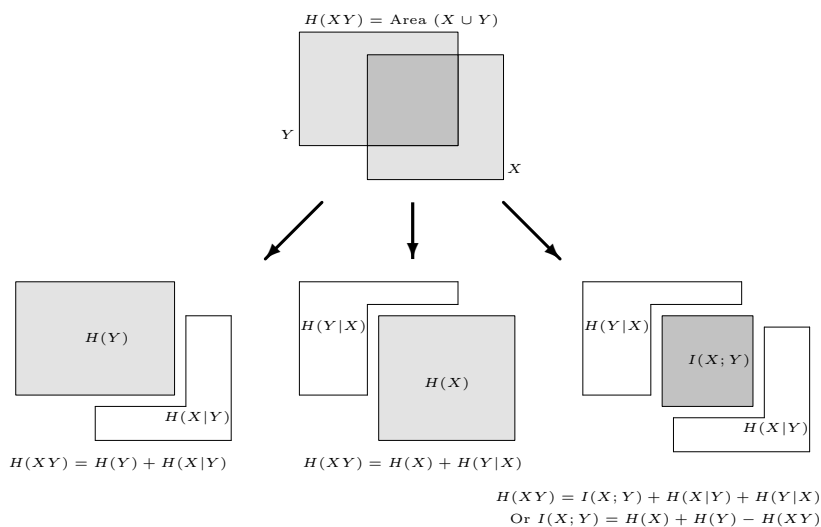
$$H(X) = - \sum p_i \log_2 p_i \quad [\text{bit}],$$

where $p_i = \Pr(X = x_i)$ is the probability that X takes on value x_i .

- (a) How much average self information is contained in one roll of a fair dice? Define X be the number of dots observed on the roll.
- (b) Find the entropy $H(Y)$ of a geometric Y with

$$\Pr(Y = i) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^i \text{ for } i = 0, 1, 2, \dots.$$

2. The relationship between the joint entropy $H(XY)$, entropies $H(X)$ and $H(Y)$, and conditional entropies $H(X|Y)$ and $H(Y|X)$ are illustrated below.



- (a) Interpret or explain in the plain language the relationship

$$H(XY) = H(Y) + H(X|Y).$$

- (b) Interpret or explain in the plain language the concept of the mutual information $I(X; Y)$:

$$I(X; Y) = H(X) + H(Y) - H(XY).$$

3. 다음 확률 분포를 갖는 독립 동형 신호원의 랜덤변수 X 에 대해 답하시오.

$$0.4, 0.25, 0.15, 0.12, 0.08$$

- (a) 이 신호원의 엔트로피 $H_\infty(X)$ 를 구하시오. 독립 동형 신호원의 경우는 $H(X) = H_\infty(X)$ 로 주어집니다.
 - (b) 이 신호원에 이진 허프먼 부호를 설계하시오.
 - (c) 설계된 부호의 효율 l_{avg} 을 구하시오.
 - (d) 설계된 부호의 효율 l_{avg} 을 $H(X)$ 와 비교할 때, 부호가 갖는 균것(포장)의 비율은 얼마나 되는지 구하시오.
4. 다음 확률 분포를 갖는 독립 동형 신호원 $X_1 X_2 \dots$ 에 대해 답하시오.

X	$P(X)$
a_1	0.4
a_2	0.3
a_3	0.3

- (a) 제1차 엔트로피 $H(X_1)$ 을 구하시오.
 (b) 블록 길이 1인 허프먼 부호를 설계하시오.
 (c) 제2차 엔트로피 $H(X_1X_2)$ 를 구하시오.
 (d) 블록 길이 2인 허프먼 부호를 설계하시오.
 (e) 설계된 허프먼 부호는, 블록 길이 1에 비해, 효율이 개선되는지 논평하시오.
5. 신호원 기호 집합이 $\mathcal{A}_S = \{a, b\}$ 인 다음 메시지를 지브-램플 부호법에 의해 부호화하시오.

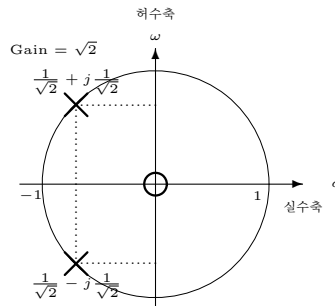
ababbaabbabbaabbabaa

부호어의 길이를 3 비트로 하고, 다음 초기 부호표를 사용하시오.

신호원 기호열	순서	지브-램플 부호 C
a	0	000
b	1	001

부호표가 채워진 뒤에는 부호표를 그대로 사용하시오.

6. JPEG 화상압축법의 압축과정에 사용되는 주요한 구성부를 블록그림으로 그리고 그 기능을 간단히 설명하시오.
7. 공개암호화 방식의 하나인 RSA(Rivest-Shamir-Adleman)방법의 운용법을 통신이 이뤄지는 순서에 따라 간단히 설명하시오.
8. 아날로그 여파기 전달함수 $H(s)$ 가 극영도에 보인 대로, 극점 2개, (원점에 위치한) 영점 1개를 갖는다고 할 때,
- (a) 전달함수 $H(s)$ 를 구하시오.



- (b) 다음 전달함수 $H(s)$ 를 갖는 여파기의 극영도를 도시하시오.

$$H(s) = \frac{s+1}{s^2+4s+3}.$$

9. Butterworth 저역통과 여파기의 차수와 차단주파수는 $|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_c})^{2N}}}$ 으로 부터 결정됩니다.

- 차수 N : (†)과 (‡)를 연립 풀이하여

$$|H(j\omega_p)| \geq 1 - \delta_p \implies \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega_p}{\omega_c})^{2N}}} \geq 1 - \delta_p \quad (\dagger)$$

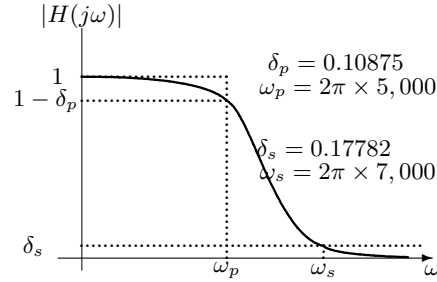
$$|H(j\omega_s)| \leq \delta_s \implies \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega_s}{\omega_c})^{2N}}} \leq \delta_s \quad (\ddagger)$$

$$\text{차수는 } N \geq \frac{1}{2} \frac{\ln \left[\left(\frac{1}{\delta_s^2} - 1 \right) / \left(\frac{1}{(1-\delta_p)^2} - 1 \right) \right]}{\ln \left[\omega_s / \omega_p \right]} \text{인 정수로 설정}$$

- 차단주파수 ω_c : 위에서 정한 N 을 (†) 또는 (‡)에 대입하여 설정

$$\omega_p \left[\frac{1}{(1 - \delta_p)^2} - 1 \right]^{-\frac{1}{2N}} \leq \omega_c \leq \omega_s \left[\frac{1}{\delta_s^2} - 1 \right]^{-\frac{1}{2N}}$$

위의 공식을 참조하여 다음 사양을 만족하는 Butterworth 저역통과 여파기의 차수 N 과 차단주파수 ω_c 를 구하시오.



10. 다음은 디지털 여파기의 전달함수, 차분방정식 및 구현 블록그림입니다.

(Example) Designed digital filter

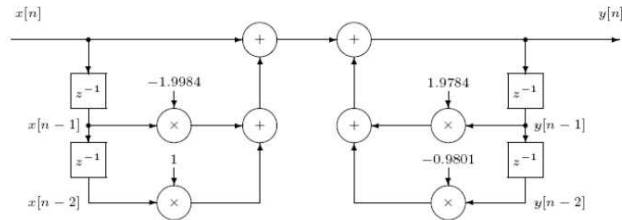
- Transfer function $H(z)$:

$$H(z) = \frac{1 - 1.9984z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.9784z^{-1} + 0.9801z^{-2}}$$

- Difference equation:

$$\begin{aligned} y[n] - 1.9784y[n-1] + 0.9801y[n-2] &= x[n] - 1.9984x[n-1] + x[n-2] \\ y[n] &= 1.9784y[n-1] - 0.9801y[n-2] + x[n] - 1.9984x[n-1] + x[n-2] \end{aligned}$$

- Block diagram



위를 참조하여 다음 전달함수를 갖는 디지털 여파기의 차분방정식을 구하고 구현 블록그림을 도시하시오.

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.2686z^{-1} + 0.7051z^{-2}}$$